ශාන්ත පීතර විද්‍යාලය - කොළඹ 04
புனித பேதுரு கல்லூரி - கொழும்பு 04
St. Peter's College - Colombo 04

පළමු වාර පරීක්ෂණය - 2020
First Term Examination - 2020

S	I

13 ශ්‍රේණිය
GRADE 13

සංයුක්ත ගණිතය – II
COMBINED MATHS – II

පැය
Hour

ප්‍රශ්න සියල්ලටම පිළිතුරු සපයන්න.

A කොටස

01. X දුම්රියත් V ප්‍රවේගයෙන් A දුම්රිය පොලක් පසු කරන විටම A දුම්රිය පොලේ නවතා ඇති Y දුම්රියත් නිශ්චලතාවයෙන් හා f ඒකාකාර ත්වරණයෙන් V ප්‍රවේගය ලබාගෙන ඉන්පසු එම ප්‍රවේගයෙන් ටික දුරක් ගමන් කර ඉන්පසු B දුම්රිය පොලේ නවතා තැබීමට f ඒකාකාර මන්දනයෙන් ගමන් කරයි. X දුම්රිය V ප්‍රවේගයෙන් ගමන් කර B දුම්රියපලේ නවතා තැබීමට f ඒකාකාර මන්දනයෙන් ගමන් කරයි. Y දුම්රිය B හි නවතා t කාලයකට පසු X දුම්රිය නවත්වන ලද නම් X හා Y සඳහා ප්‍රවේග කාල ප්‍රස්ථාර ඇඳ $t = \frac{v}{2f}$ බව පෙන්වන්න.

02. එක එකෙහි අරය r හා බර W වූ ඒකාකාර සුමට ගෝල 2ක් එකිනෙක ස්පර්ශ කරමින් අරය R (R > r) වූ අචල සුමට ගෝලාකාර පාත්‍රයක් ඇතුළත් නිශ්චලව තිබේ. එක් ගෝලයක් මත ක්‍රියා කරන බල නිරූපණය කරමින් වෙනම රූප සටහනක බල ත්‍රිකෝණයක් ඇඳ ගෝල 2 අතර ප්‍රතික්‍රියා සොයන්න.

03. ඍජු සමාන්තර ඉවුරු ඇති පළල d වූ ගඟක ජලය ඒකාකාර U වේගයෙන් ගලා යයි. ජලයට සාපේක්ෂව V (V > U) වේගයකින් පිහිනිය හැකි මිනිසකුට එක් ඉවුරක සිට අනෙක් ඉවුරට පිහිනීමට ගත වන අවම කාලය සොයන්න.

04. චතුසුතලයක සම්මුඛ දුර යුගල 2 ක් ලම්බක නම්, ඉතිරි සම්මුඛ දුර යුගලයක ද ලම්බක බව දෛශික ඇසුරින් පෙන්වන්න.

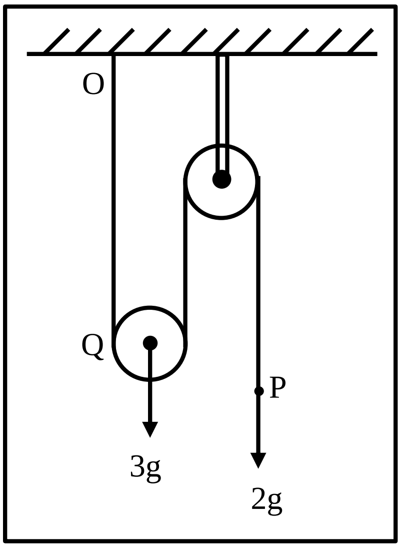
05. ABC සමපාද ත්‍රිකෝණය $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{CA}$ පාද ඔස්සේ ක්‍රියා කරන බල පිළිවෙලින් 3p , 4p , 5p වේ. බල පද්ධතියේ සම්ප්‍රයුක්ත විශාලත්වය හා දිශාව සොයන්න. සම්ප්‍රයුක්තයේ ක්‍රියා රේඛාව BC පාදය කපන ලක්ෂය සොයන්න.

06. දෙන ලද ප්‍රක්ෂේපන ප්‍රවේගයක් හා දෙන ලද තිරස් පරාසයක් සඳහා අංශුවත් ප්‍රක්ෂේපන කළ හැකි දිශා 2ක් ඇති බව පෙන්වන්න.

07. බර W වූ ද දිග 2a ද ඒකාකාර AB දණ්ඩක් එහි A කෙළවර රළු තිරස් පොළවකට ද B කෙළවර රළු බිත්තියකට ද හේත්තු වන සේ තිරසට ∝ කෝණයකින් තබා ඇත. දණ්ඩ බිත්තියට ලම්බ සිරස් තලයක පිහිටයි. A හි දීත් B හි දීත් ඝර්ෂණ සංගුණකය μ වේ. $(\mu < 1)$ දණ්ඩ සීමාකාරී සමතුලිතතාවයේ පවතී නම්, $\tan\propto = \left(\frac{1-\mu^2}{2\mu}\right)$ බව පෙන්වන්න.

08. චතුරස්‍රයක පාද වල මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යයන් සමාන්තරාස්‍රයක කෝණ ශීර්ෂ බව දෛශික ඇසුරින් පෙන්වන්න.

09. සැහැල්ලු අවිතල තන්තුවක එක් කෙළවරක් තිරස් සීලිමක O අචල ලක්ෂයකට ගැට ගසා, එම තන්තුව 3kg ස්කන්ධය ඇති Q සචල කප්පියක් යටින් ද, නැවත සීලිමේ සවිකර ඇති අචල කප්පියක් උඩින් ගොස් අනෙක් කෙළවරේ 2kg ස්කන්ධය ඇති P අංශුවක් දරයි. පද්ධතියේ සීරුවෙන් මුදා හැරිය විට P අංශුවේ ත්වරණයක් තන්තුවේ ආතතියත් සොයන්න.



10. m ස්කන්ධයෙන් යුත් P නම්, අංශුවක් ℓ දිගැති ලුහු අවිතන්‍ය තන්තුවක් මගින් A අචල ලක්ෂ්‍යයට ඇඳ තිබේ. A ට $\ell \cos \propto$ පහළින් ගැඹුරක ද $\ell \sin \propto$ අරය සහිත තිරස් වෘත්තාකාර කක්ෂයක් ය. නියත කෝණික ප්‍රවේගයක් සහිතව P අංශුව සලකුණු කරයි. $\propto\ =\ cos^{-1}\left(\frac{9}{lw^2}\right)$ බව පෙන්වන්න.

11. t = 0 කාලයේ දී පොළොවේ සිට බැලුනයක් සීරුවෙන් මුදා හරිනු ලැබේ. එය f ඒකාකාර ත්වරණයෙන් සිරස්ව ඉහළට නගී. t = T කාලයේ දී පොළොවේ පිහිටි එම ලක්ෂයේ සිට ගලක් U ප්‍රවේගයෙන් සිරස්ව ඉහළට ප්‍රක්ෂේපනය කරනු ලැබේ. ගල, බැලුම ස්පර්ෂ කරයි නම්, $U = T\left(f + \sqrt{f^2 + gf}\right)$ බව පෙන්වන්න. ගල එහි උපරිම උසට ළඟා වන විට බිම සිට බැලුමට ඇති දුර සොයන්න.

12. A, B, C නැමති ගුවන් තොටුපලවල් 3ක් O නැමති ගුවන් තොටුපලක් වටා පිහිටා ඇත. OA = OB = OC = am හා $A\hat{O}B = B\hat{O}C = C\hat{O}A$ වේ. නිසල දිනයක සුළඟක් නැති විට, ගුවන් යානයට Ums^{-1} උපරිම ප්‍රවේගයකින් පියාසර කළ හැක. Vms^{-1} $(V < u)$ වේගයක් OA දිශාවට සතත ඒකාකාර සුළඟක් හමයි. OAOBOC මගින් දැක්වෙන පථයේ පියාසර කිරීමට අහස් යානය ගන්නා අවම කාලය $2a\left[\frac{U + \sqrt{4U^2 - 3V^2}}{U^2 - V^2}\right]$ බව පෙන්වන්න.

13. (a). O, A, B, C තළයක පිහිටි ලක්ෂ 4කි.

$\overrightarrow{OA} = 2\underline{p} - 2\underline{q}\,, \overrightarrow{OB} = 3\underline{p} + \lambda\underline{q}\ and\ \overrightarrow{OC} = (2+\lambda)\,\underline{p} + 6\,\underline{q}$ වේ. මෙහි $\underline{p}$ $\underline{q}$ සමාන්තර නොවන දෛශික වේ.

i. $\lambda\ \underline{p}\ \underline{q}$ ඇසුරින් $\overrightarrow{AB}$ හා $\overrightarrow{BC}$ ප්‍රකාශ කරන්න.

ii. A, B, C ඒක රේඛීය නම් λ හි අගය සොයන්න.

(b). පාදය 2m වන ABC සමපාද ත්‍රිකෝණයක BC, CA, AB පාද වල මධ්‍ය ලක්ෂ්‍ය පිළිවෙලින් L, M, N වේ. නිව්ටන් 1, 2, 3, P, Q, I විශාලත්ව ඇති බල පිළිවෙලින් $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}, \overrightarrow{CA}, \overrightarrow{NM}, \overrightarrow{ML}, \overrightarrow{LN}$ දිගේ එම අක්ෂ වල අනුපිළිවෙලින් පාද දිගේ එල්ලේ ක්‍රියා කරයි. මෙම බල පද්ධතිය සමතුලිතව තිබිය නොහැකි බව පෙන්වන්න.

i. පද්ධතිය යුග්මයකට ඌනනය වෙයි නම්, P = 2 හා Q = 3 බව පෙන්වන්න.

ii. පද්ධතිය N හරහා ක්‍රියා කරන තනි සම්ප්‍රයුක්ත බලයකට ඌනනය වේ නම්, Q = 3 බව පෙන්වන්න.

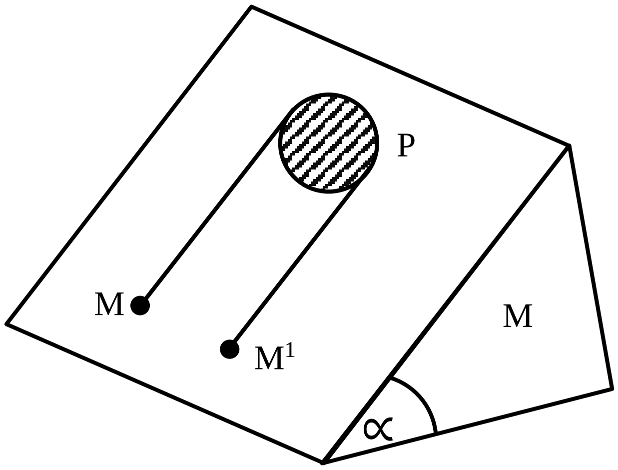
14. (a). A, B හා C වූ කලී එක එකක් W බරින් වූ ඍජු වෘත්තාකාර සුමට ඒකාකාර සිලින්ඩර 3කි. තිරස් රේඛාවක් දිගේ එකිනෙක කැපෙන තිරසට $\propto$ කෝණයකින් ආනත සුමට තල දෙකක් අතර, A හා B සමමිතික ලෙස තබා ඇත. දැන් A හා B මත සමමිතික ලෙස C සිලින්ඩරය තබනු ලැබේ. සිලින්ඩර 3 ම අක්ෂ l රේඛාවට සමාන්තරව පිහිටයි. A හා B සිලින්ඩර අතර ප්‍රතික්‍රියා සොයන්න. $tan \propto > \frac{\sqrt{3}}{9}$ නම්, A හා B සිලින්ඩර වෙන් නොවන බව පෙන්වන්න.

(b). දිග 2a හා බර W වූ ද ඒකාකාර AB දණ්ඩක් තිරස සමග 30° සාදමින් සමතුලිතව ඇත්තේ එහි A කෝණ රළු පොළවක් මත හා B ට සම්බන්ධ කළ සැහැල්ලු තන්තුනක් මගිනි. B හි මට්ටමට ඉහළින් වූ p නම් ලක්ෂයට ගැට ගසා ඇති අතර තන්තුව හා දණ්ඩ එකම තිරස් තලයක පිහිටන පරිදිය. තන්තුව තිරසට 60° ක් ආනතය. A හි ඝර්ෂණ සංගුණකය μ වේ. P හා A දණ්ඩේ B හරහා යන සිරස් රේඛාවේ එකම පැත්තේ නම්, $\mu > \frac{\sqrt{3}}{5}$ බව පෙන්වන්න.

P හා A ඇත්තේ B හරහා සිරස් රේඛාවේ විරුද්ධ පැති වල නම්, $\mu \geq \sqrt{3}$ බව පෙන්වන්න.

15. සමතලා භූමියෙහි පිහිටි O ලක්ෂයකට සිරස්ව h උසකින් බෝම්බයක් පුපුරයි. $\sqrt{2Kg}$ එකම වේගයෙන් බෝම්බයේ කැබලි සෑම දිශාවකට ම විසි වේ. $d < 2\sqrt{k\,(k+h)}$ නම්, O ලක්ෂයේ සිට d දුරින් භූමිය මත ඉන්නා කුඩා සතෙකුට පිපිරීමෙන් පසු t_1 හා t_2 ($t_2 > t_1$) වෙනස් වූ කාලයන් හි දී දෙවතාවක් දෙදිශාවෙන් ම කැබලි වැදෙන $t_2 - t_1$ $2\left[\frac{2k+h-\sqrt{h^2+d^2}}{g}\right]$ බව පෙන්වන්න.

16.



∝ ආනතියෙන් යුත් සුමට කුඤ්ඤයක් සුමට තිරස් මේසයක් මත තබා තිබේ. දෙකෙළවරට M හා M^1 ($M > M^1$) ස්කන්ධ ඇඳ 2ℓ දිගැති ලුහු අවිතන්‍ය තන්තුවක් කුඤ්ඤයක් ඉහළ ආනත මුහුණතින් නෙරා තිබෙන කුඩා සුමට P නාදැත්තක් වටා ගාවා ඇත. අංශු කුඤ්ඤයේ මුහුණත සමඟ ස්පර්ශ වෙමින් පවතී. ආරම්භයේ දී අංශු එකක් අනෙකට ආසන්නව ද, නාදැත්තේ සිට ℓ දුරකින් පිහිටන පරිදි ද තබා තිබේ. තන්තුවේ එක් එක් කොටස නොබුරුළුව ද ආනත මුහුණතේ උපරිම නැවුම් රේඛාව ද පිහිටා ඇත. බරින් අඩු M^1 අංශුව P නාදැත්ත වෙතට ඒමට පෙර කුඤ්ඤයේ ත්වරණය $\frac{(m-m^1)^2\ g\sin\propto\cos\propto}{M(m+m^1)+4\,mm^1+(m-m^1)^2\ \sin^2\propto}$ බව සාධනය කරන්න. මෙහි M කුඤ්ඤයේ ස්කන්ධයයි. (P නාදැත්තේ සිට කුඤ්ඤයේ පහළ දාරයේ තෙක් දුර 2ℓ ට වැඩි බව උපකල්පනය කළ යුතු වේ.) බරින් අඩු අංශුව නාදැත්ත වෙතට පැමිණෙන විට කුඤ්ඤය $\frac{l\,(m-m^1)\ Cos\propto}{M+m+m^1}$ දුරක් මේසය මත ගමන් කර ඇති බව අපෝහණය කරන්න.

17. අචල තිරස් වෘත්ත සිලින්ඩරයක සුමට බාහිර පෘෂ්ඨයේ A ලක්ෂයක අංශුවක් වේ. එම අංශුව සිලින්ඩරයේ අක්ෂරයට ලම්බ තලයක් මත සිලින්ඩරයේ ඇති ස්පර්ශකයේ දිගේ වූ ද, සිලින්ඩරයේ ඉහළම ලක්ෂයෙන් ඈත් වන දිශාවට වුවද, U ප්‍රවේගයෙන් ප්‍රක්ෂේපනය කරනු ලැබේ. A ලක්ෂය පිහිටියේ සිලින්ඩරයේ අක්ෂයේ මට්ටමේ සිට h උසිනි. $U^2 > gh$ නම්, අංශු වහාම පෘෂ්ඨයෙන් ඉවත් වන නමුත්, $U^2 < gh$ නම්, එය පෘෂ්ඨයෙන් ඉවත් වන්නේ A හි මට්ටමේ සිට $\frac{1}{3g}\ [gh - U^2]$ ගැඹුරක දී බව පෙන්වන්න.

තවද අංශුව පෘෂ්ඨයෙන් ඉවත් වන මොහොතේ දී එහි ප්‍රවේගය $\sqrt{\frac{1}{3}\ [2\,gh + U^2]}$ බව පෙන්වන්න.